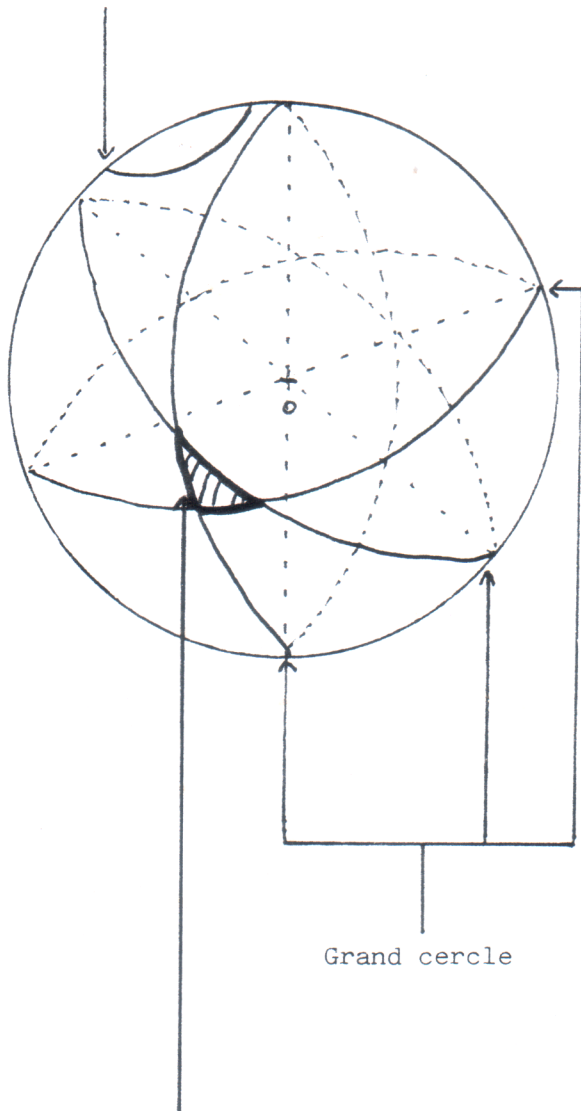


LA NAVIGATION ASTRONOMIQUE

A Géométrie sphérique

1 Définitions :

Petit cercle

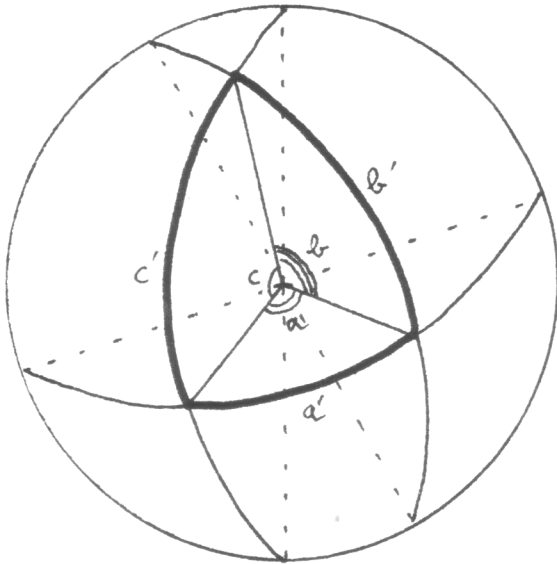


Grand cercle

Triangle sphérique

- * Sphère: Ensemble de points situés à une distance R d'un point O
- * Grand cercle: Intersection de la sphère et d'un plan qui passe par le centre de la sphère.
- * Petit cercle: Intersection de la sphère et d'un plan qui ne passe pas par le centre de la sphère.
- * Triangle sphérique: Portion de surface de sphère limitée par 3 axes de grands cercles, de longueur plus petite qu'une $\frac{1}{2}$ circonférence.

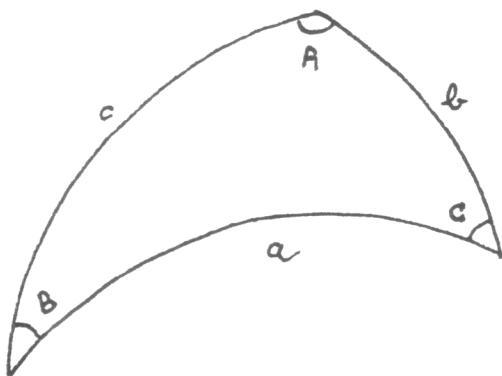
2 Triangle sphérique :



Par convention, on appelle les "angles au centre", les angles a , b , ou c que font les rayons de la sphère joignant le centre de la sphère aux sommets du triangle sphérique.

Si on considère une sphère de rayon R , de longueur 1 unité, on démontre que la valeur de cet angle est égale à la longueur de l'arc de grand cercle a' , b' , ou c' correspondant.

Pour plus de facilité dans l'exposé, nous écrivons donc les angles suivants pour un triangle sphérique donné:

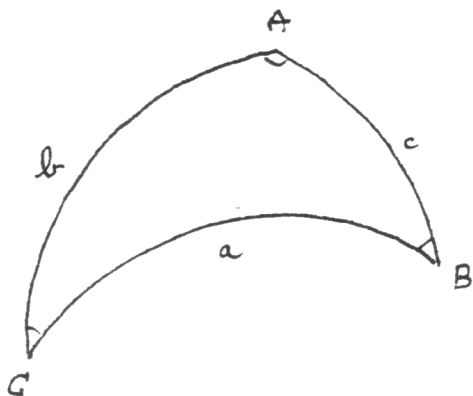


* A , B , et C sont des angles pris sur la surface de la sphère (angles entre arcs de grands cercles).

* a , b , et c sont des longueurs d'arc de grand cercle, correspondant à des angles pris au centre de la sphère.

3 Trigonométrie sphérique :

Pour un triangle sphérique donné, on démontre (par le produit vectoriel), les relations suivantes:



* Formule fondamentale:

reliant 3 côtés et un angle

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

et de même, sachant que $\cos(180-\beta) = -\cos\beta$

$$\text{et } \sin(180-\beta) = \sin\beta$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

* Analogie des sinus:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

* formule des cotangentes: reliant 4 éléments consécutifs dans le triangle

$$\cotg a \sin c - \cotg A \sin B = \cos c \cos B$$

Pour retenir la formule:

- 1) sortir les 4 éléments intéressants:

par exemple A, c, B, a

- 2) faire le dessin:

- 3) écrire "l'air"

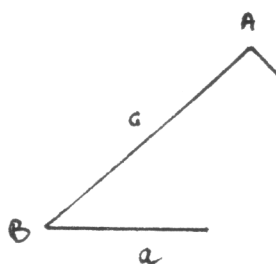
$$\cotg \quad \sin \quad -\cotg \quad \sin \quad = \cos \quad \cos$$

- 4) mettre les paroles: 2 petites lettres,

2 grandes lettres, 2 lettres du milieu:

$$a \quad c \quad A \quad B \quad c \quad B$$

ce qui donne: $\cotg a \sin c - \cotg A \sin B = \cos c \cos B$



4 Conclusions :

- * Se rappeler que tout élément (a, b, c, A, B, ou C) a une valeur inférieure à 180° dans un triangle sphérique.
- * Se rappeler que les côtés d'un triangle sphérique sont uniquement des arcs de grand cercle.
- * Se rappeler les 2 formules importantes: fondamentale et cotangente qui vont servir dans le point astronomique.